

Код МРНТИ 36.16.19

К.А. Жанакулова¹, *Р.Ж. Мелс¹, Н.Т. Кемербаев², Р.С. Абдыкалыкова¹¹Satbayev University (г. Алматы, Казахстан),²TOO «GeoID» (г. Астана, Казахстан)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО ГРАДИЕНТА СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Аннотация. В статье рассматривается экспериментальный метод определения реального вертикального градиента силы тяжести (ВГ). Съёмка проведена в лабораторных условиях с использованием относительных гравиметров CG-6 AutogravTM. Измерения проводились на специально разработанном вертикальном штативе на трех фиксированных высотных уровнях (21, 71 и 121 см). Для повышения надежности и точности измерений было использовано два гравиметра: № 0527, № 0528. Полученные данные показали расхождение между измеренными значениями ВГ и теоретическим нормальным градиентом в $39.6 \pm 5 \text{ мкГал}$ ($396 \pm 5 \text{ Е}$) по данным гравиметра № 0527 и $33.6 \pm 2 \text{ мкГал}$ ($336 \pm 2 \text{ Е}$) по данным гравиметра № 0528. Результаты подтверждают важность учета локального значения вертикального градиента силы тяжести при редукции измерений в высокоточных гравиметрических исследованиях.

Ключевые слова: вертикальный градиент, Этвеш, гравиметр, CG-6 AutogravTM, сила тяжести, редукция.

Ауырлық күшінің вертикаль градиентін анықтау

Аннотация. Мақалада ауырлық күшінің нақты вертикаль градиентін (ВГ) эксперименттік әдіспен анықтау мәселесі қарастырылған. Түсіріс зертханалық жағдайда CG-6 AutogravTM салыстырмалы гравиметрлерімен жүргізілді. Өлшеулер арнайы жасалған тік штативте үш түрлі белгіленген биіктік деңгейлерінде (21, 71 және 121 см) орындалды. Өлшеу нәтижелерінің сенімділігі мен дәлдігін арттыру мақсатында екі гравиметр қолданылды: № 0527 және № 0528. Алынған деректер бойынша өлшенген ВГ мәндері мен теориялық қалыпты градиент арасындағы айырмашылықтар № 0527 гравиметрінің дерегі бойынша $39.6 \pm 5 \text{ мкГал}$ ($396 \pm 5 \text{ Е}$), ал № 0528 гравиметрі бойынша $33.6 \pm 2 \text{ мкГал}$ ($336 \pm 2 \text{ Е}$) құрады. Зерттеу нәтижелері жоғары дәлдікті гравиметриялық жұмыстарда өлшеулерді редукциялау кезінде ауырлық күшінің жергілікті вертикаль градиентінің нақты мәнін ескерудің маңыздылығын растайды.

Түйінді сөздер: вертикаль градиент, Этвеш, гравиметр, CG-6 AutogravTM, ауырлық күші, редукция.

Determination of the vertical gravity gradient

Abstract. This article presents an experimental approach for determining the actual vertical gravity gradient (VGG). The survey was carried out under laboratory conditions using CG-6 AutogravTM relative gravimeters. Measurements were performed on a specially designed vertical tripod at three fixed height levels (21, 71, and 121 cm). Two gravimeters (No. 0527, No. 0528) were used simultaneously to enhance the reliability and accuracy of the measurements. The obtained data revealed deviations between the measured VGG values and the theoretical normal gradient: $39.6 \pm 5 \text{ } \mu\text{Gal}$ ($396 \pm 5 \text{ E}$) according to gravimeter No. 0527, and $33.6 \pm 2 \text{ } \mu\text{Gal}$ ($336 \pm 2 \text{ E}$) according to gravimeter No. 0528. The results emphasize the importance of considering local vertical gravity gradient values in the reduction of measurements for high-precision gravimetric surveys.

Key words: vertical gradient, Eötvös, gravimeter, CG-6 AutogravTM, gravity, reduction.

Введение

Вертикальный градиент силы тяжести (ВГ) является одним из ключевых параметров при высокоточных гравиметрических измерениях. Он характеризует изменение значения силы тяжести с высотой и широко используется в задачах высотных поправок, моделировании гравитационного поля Земли и уточнении геоидов [1]. Математическое выражение вертикального градиента силы тяжести $\partial\gamma/\partial H$ или W_{zz} представлено в следующем виде [2, 3]:

$$\frac{\partial g}{\partial H} = \frac{\partial \gamma}{\partial H} + \frac{\partial \Delta g}{\partial H}, \quad (1)$$

$$W_{zz} = U_{zz} + T_{zz}, \quad (2)$$

где:

$\partial\gamma/\partial H$ – теоретическое значение нормального вертикального градиента;

$\partial\Delta g/\partial H$ – аномалия вертикального градиента силы тяжести;

W_{zz} – реальный вертикальный градиент силы тяжести;

U_{zz} – теоретический (нормальный) вертикальный градиент;

T_{zz} – аномалия вертикального градиента.

В гравиметрии за единицу гравитационного градиента силы тяжести принят 1 Этвеш:

$$1 \text{ Е} = 10^{-9} \text{ с}^{-2} = 0,1 \text{ мГал/км.}$$

Традиционно в гравиметрических измерениях используется теоретическое значение нормального вертикального градиента силы тяжести, равное $\sim 0.3086 \text{ мГал/м}$ [4]. Однако в ряде исследований [5–7] показано, что реальное значение вертикального градиента может значительно отличаться от теоретического из-за влияния топографии,

неоднородностей плотности земной коры и локальных геологических условий. Значение ВГ может отклоняться от теоретического на 25–39%, особенно где высоты рельефа более 1000 м [8]. Использование стандартного значения вертикального градиента вместо фактического может приводить к существенным ошибкам при редукции результатов измерений к уровню установки приборов. Это особенно критично для точного определения абсолютного значения ускорения свободного падения на пунктах гравиметрической сети, полигонов.

В исследовании Csapó и Völgyesi (2012) показали, что локальные вариации ВГ могут изменять измеренное значение силы тяжести от нормального на десятки микрогал, что требует учета индивидуально определенного градиента в каждом пункте.

Определение вертикального градиента особенно важно при совместном использовании абсолютных и относительных гравиметров, так как расчет по нормальному значению ВГ может привести к ошибкам при редукции к уровню марок и референсных высот. Как показано на рис. 1, чтобы привести абсолютное значение к марке, необходимо внести поправки за высоту приборов. Для определения вертикального градиента силы тяжести необходимо выбрать референсную высоту как для абсолютных, так и для относительных гравиметров. Опорная высота абсолютных гравиметров, как правило, находится в диапазоне от 80 до 130 см, в зависимости от конструкции прибора. К примеру, абсолютный гравиметр FG-5 имеет референсную высоту 130 см (точка D), в то время как чувствительный элемент относительного гравиметра CG-6 находится на высоте 21 см (точка A). Для приведения абсолютного значения к марке необходимо вычисле-

ние фактического градиента с точностью порядка первых микрогал [9].

Для пересчета измеренного абсолютным гравиметром значения силы тяжести на уровень пункта (марки) необходимо использовать следующую формулу:

$$g_P = g_C + \Delta g_2 + \delta g_1 + \delta g_2, \quad (3)$$

где:

g_P – значение силы тяжести на уровне марки (точка P);

Δg_2 – разность измеренных значений силы тяжести относительным гравиметром на высотных уровнях A и C;

δg_1 – поправка за высоту, связанная с разностью между уровнем чувствительного элемента относительного гравиметра и уровнем марки (между точками A и P);

δg_2 – поправка за высоту, учитывающая разницу между фактической и средней референсной высотой абсолютно гравиметра (между точками B и C).

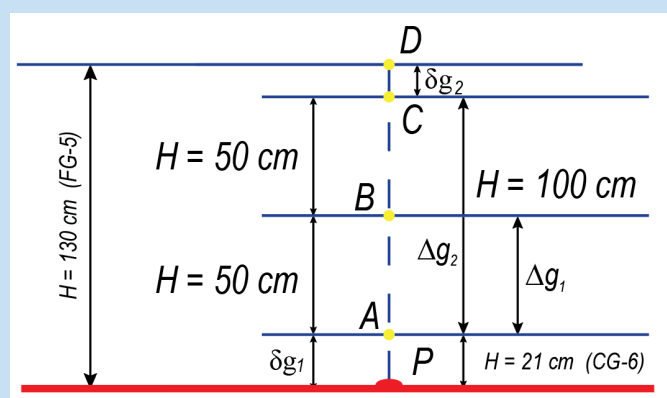


Рис. 1. Схема высотных уровней для пересчета измеренных значений силы тяжести на уровень реперной марки (точки P).

Сурет 1. Өлшенген ауырлық күші мәндерін реперлік белгі деңгейіне (P нүктесі) қайта есептеу үшін биіктік деңгейлерінің схемасы.

Figure 1. Diagram of height levels for converting measured gravity values to the benchmark level (point P).

Вертикальный градиент определяется путем многократных независимых измерений относительными гравиметрами, установленными на вертикальном штативе. В данной работе измерения вертикального градиента были выполнены высокоточными относительными гравиметрами Scintrex CG-6 Autograv™. В исследовании Liu S. [10] было установлено, что динамическая точность гравиметров CG-6 Autograv™ при измерении вертикального градиента силы тяжести составляет менее 3 мкГал.

Целью данной работы является определение вертикального градиента силы тяжести на основе экспериментальных измерений и его сравнение с теоретическим значением. В работе рассматривается, насколько велико различие между нормальным и измеренным значением ВГ и какое влияние оно оказывает на высокоточные измерения силы тяжести. Полученные результаты будут полезны для коррекции высотных систем, уточнения моделей геоида и гравиметрических редукций.

Методы исследования

Измерения вертикального градиента силы тяжести были проведены в помещении, в лабораторных условиях на территории Satbayev University (г. Алматы, Казахстан) с использованием двух относительных гравиметров CG-6 Autograv™ (серийный номер 0527, 0528). В качестве измерительной установки применен специальный штатив, разработанный канадской компанией Scintrex Ltd, который обеспечивает стабильное положение прибора на разных высотных уровнях (рис. 2). Измерения выполнялись на трех уровнях по высоте: A – нижний уровень (21 см), B – средний уровень (71 см), C – верхний уровень (121 см). Главным условием при выставлении уровней высот штатива является строгая разность между уровнями в 50 см.

Измерения проводились в соответствии со следующей циклической схемой: A → B → A → B → C → B → C → A → C → A. Такой порядок позволяет минимизировать систематические ошибки, связанные с временными изменениями силы тяжести и инструментальным дрейфом.

На каждом высотном уровне сила тяжести измерялась 3 раза по 60 секунд. Повторные измерения необходимы для фильтрации случайных ошибок и вычисления инструментального дрейфа, возникающего при перемещении гравиметра между разными высотными положениями. Длительность каждого измерения позволяет получить достаточное количество данных для статистической обработки и снижения влияния кратковременных флуктуаций и повышения точности определения градиента.

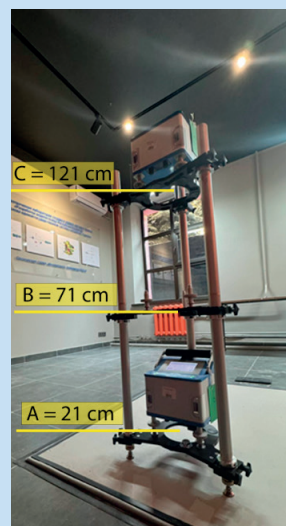


Рис. 2. Экспериментальное измерение вертикального градиента силы тяжести относительными гравиметрами CG-6 Autograv™.

Сурет 2. CG-6 Autograv™ салыстырмалы гравиметрлері арқылы ауырлық күшінің тік градиентін эксперименттік өлшеу.

Figure 2. Experimental measurement of the vertical gravity gradient using CG-6 Autograv™ relative gravimeters.

Значения вертикального градиента силы тяжести рассчитывается по формуле:

$$W_{zz}^{meas.}(h_i) = \frac{g(h_i) - g(h_0)}{\Delta h}, \quad (4)$$

где:

$g(h_i)$ и $g(h_0)$ – измеренные значения силы тяжести на разных высотах;

Δh – разность высот;

$W_{zz}^{meas.}(h_i)$ – и – измеренное значение вертикального градиента.

Применение данной методики позволяет минимизировать ошибки, связанные с инструментальным дрейфом, а также повысить точность редукции гравиметрических измерений. Полученные значения ВГ будут сопоставлены с теоретическим значением и проанализированы на предмет отклонений, обусловленных локальными аномалиями плотности горных пород.

Результаты и обсуждения

В ходе проведенных гравиметрических измерений было получено распределение значений силы тяжести на трех уровнях: А (21 см), В (71 см) и С (121 см). На основе полученных данных вычислены значения вертикального градиента силы тяжести.

Результаты измерений вертикального градиента силы тяжести на уровнях А, В и С представлены на рис. 3. Отчетливо видны вариации значений силы тяжести. Однако величина этих вариаций остается в пределах ожидаемых значений для лабораторных условий. Измеренные значения ВГ демонстрируют отличия от теоретического значения (таблица 1), что подтверждает влияние локальных факторов, таких как неоднородность плотности подстилающих слоев.

При обработке измерений использован взвешенный метод наименьших квадратов. Этот метод позволяет минимизировать отклонения и учитывать погрешности измерений при нахождении оптимального решения. Как видно на рис. 4, гравиметр № 0528 показал более стабильные результаты по сравнению с прибором № 0527. При этом значения вертикального градиента, полученные с использованием двух приборов, оказались схожими, с допустимыми невязками. Полученные результаты подтверждают необходимость использования минимум двух гравиметров для измерения вертикального градиента, что повышает надежность данных и позволяет выявить и минимизировать систематические и инструментальные ошибки.

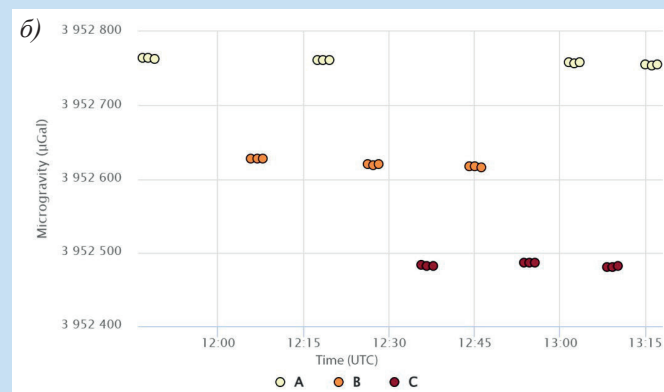
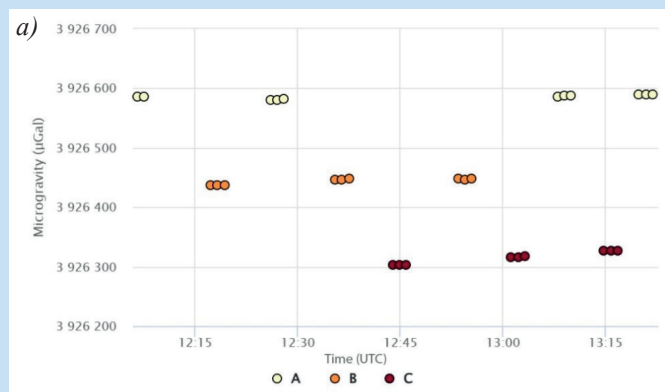


Рис. 3. Измеренные относительные значения силы тяжести: а) гравиметр № 0527; б) гравиметр № 0528.
Сурет 3. Өлшенген салыстырмалы ауырлық күшінің мәндері: а) № 0527 гравиметрі; б) № 0528 гравиметрі.
Figure 3. Measured relative gravity values: a) gravimeter No. 0527; b) gravimeter No. 0528.

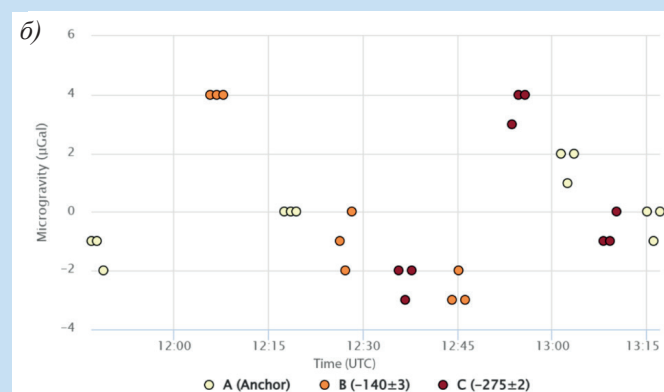
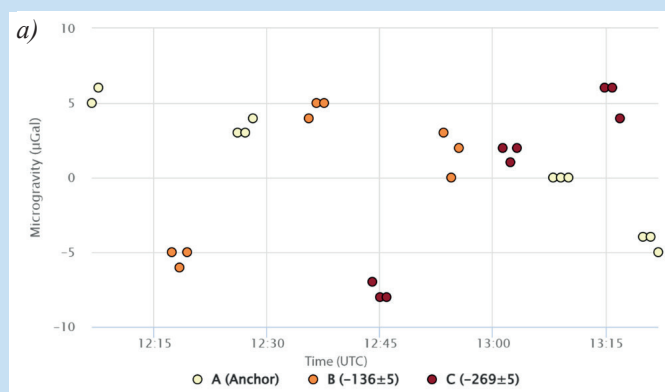


Рис. 4. Приращения силы тяжести между высотными уровнями с учетом невязок измерений: а) гравиметр № 0527; б) гравиметр № 0528.
Сурет 4. Өлшеу қателіктерін ескере отырып, биіктік деңгейлері арасындағы ауырлық күшінің айырмашылығы: а) № 0527 гравиметрі; б) № 0528 гравиметрі.
Figure 4. Gravity increments between height levels considering residual measurement misclosures: a) gravimeter No. 0527; b) gravimeter No. 0528.

Таблица 1
Результаты измерений вертикального градиента силы тяжести гравиметрами CG-6 AutogravTM

Кесте 1
CG-6 AutogravTM гравиметрлерімен өлшенген ауырлық күшінің тік градиентінің нәтижелері

Table 1
Results of vertical gravity gradient measurements using CG-6 AutogravTM gravimeters

Серийный № гравиметра	Δg_1 , мкГал	Δg_2 , мкГал	$W_{zz}^{meas.}$, Е (на 1 м)
0527	-136 ± 5	-269 ± 5	-2690 ± 5
0528	-140 ± 3	-275 ± 2	-2750 ± 2

По результатам исследования получены значения вертикального градиента -269 ± 5 мкГал (2690 ± 5 Е) гравиметром № 0527, -275 ± 2 мкГал (-2750 ± 2 Е) гравиметром № 0528, что дает разницу с теоретическим значением нормального градиента в 39.6 ± 5 мкГал (396 ± 5 Е) и 33.6 ± 2 мкГал (336 ± 2 Е) соответственно.

Заклучение

В настоящей работе проведено экспериментальное определение вертикального градиента силы тяжести с использованием двух относительных гравиметров CG-6 AutogravTM и специального штатива в лабораторных ус-

ловиях на территории Satbayev University. Полученные результаты показывают существенные отклонения измеренных значений вертикального градиента (-2690 ± 50 и -2750 ± 20 Е) от стандартного теоретического значения (-3086 Е). Эти отклонения подтверждают необходимость индивидуального определения вертикального градиента на гравиметрических пунктах при проведении высокоточных работ.

Анализ результатов измерений также продемонстрировал важность использования нескольких гравиметров, так как это повышает надежность и точность полученных данных, снижает вероятность систематических ошибок и позволяет проводить кросс-проверку приборов.

Полученные результаты имеют практическую значимость, поскольку могут быть применены для повышения точности редукций силы тяжести, уточнения моделей геоида и коррекции высотных систем, в особенности в сложных геологических условиях.

В дальнейших исследованиях планируется исследовать методики измерений ВГ для достижения сходимости экспериментально измеренных значений не более 1 мкГал.

Благодарность

Данное исследование финансируется Комитетом по науке Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан (грант № BR21882366 «Разработка модели геоида Республики Казахстан, как основа единой государственной системы координат и высот»).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Торге В. Гравиметрия: М.: Мир, 1999. 428 с. (на русском языке)
2. Hwang C., Hsiao Y.S. Ортометрические поправки по данным нивелирования, гравитации, плотности и высот: исследование на примере Тайваня // Журнал геодезии. 2003. Т. 77. № 5. С. 279–291 (на английском языке)
3. Hofmann-Wellenhof B., Moritz H. Физическая геодезия: Springer Science & Business Media. 2006. 403 с. (на английском языке)
4. Hofmann-Wellenhof B., Moritz H. Физическая геодезия: Сан-Франциско и Лондон, W.H. Freeman and company, 1967. 374 с. (на английском языке)
5. Csapó G., Völgyesi L. Новые измерения для определения локальных вертикальных градиентов // Отчеты по геодезии. 2004. Т. 69. № 2. С. 303–308 (на английском языке)
6. Csapó G., Völgyesi L. Определение и оценка надежности вертикальных градиентов на основе тестовых измерений // Труды 3-й встречи Международной комиссии по гравитации и геоиду (IAG Section III), Салоники, 2002. С. 26–30 (на английском языке)
7. Rózsa S., Tóth G. Прогнозирование вертикальных градиентов силы тяжести с использованием данных гравиметрии и высот // Окно в будущее геодезии: Труды Генеральной ассамблеи Международной ассоциации геодезии (IAG), Саппоро: Springer Berlin Heidelberg, 2005. С. 344–349 (на английском языке)
8. Моделирование вертикального градиента силы тяжести в свободном воздухе и его валидация / Akdogan Y.A. [и др.] // Бюллетень геофизики и океанографии. 2022. Т. 63. № 2. С. 237–248 (на английском языке)
9. Новая и высокоточная гравиметрическая базисная сеть на юге Тибетского плато / Xing L. [и др.] // Геодезия и геодинамика. 2020. Т. 11. № 4. С. 258–264 (на английском языке)
10. Liu S. и др. Исследование динамических характеристик относительного гравиметра CG-6 для микрогравитационной сети // Труды Десятого международного симпозиума по измерениям и инструментам прецизионной инженерии, Куньмин: SPIE, 2019. Т. 11053. С. 482–488 (на английском языке)

ПАЙДАЛАНҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ

1. Торге В. Гравиметрия: М.: Мир, 1999. 428 б. (орыс тілінде)
2. Hwang C., Hsiao Y.S. Нивелирлеу, гравитация, тығыздық және биіктік деректері бойынша ортометриялық түзетулер: Тайваньдағы жағдайды зерттеу // Геодезия журналы. 2003. Т. 77. № 5. С. 279–291 (ағылшын тілінде)
3. Hofmann-Wellenhof B., Moritz H. Физикалық геодезия: Springer Science & Business Media. 2006, 403 б. (ағылшын тілінде)

4. Hofmann-Wellenhof B., Moritz H. Физикалық геодезия: Сан-Франциско және Лондон, W.H. Freeman and company, 1967. 374 б. (ағылшын тілінде)
5. Csapó G., Völgyesi L. Жергілікті тік градиенттерді анықтауға арналған жаңа өлшеулер // Геодезия бойынша есептер. 2004. Т. 69. № 2. Б. 303–308 (ағылшын тілінде)
6. Csapó G., Völgyesi L. Тік градиенттердің анықталуы және сенімділігін бағалау бойынша тесілік өлшеулерге негізделген зерттеу // Халықаралық гравитация және геоид комиссиясының 3-ші кездесуінің еңбектері (IAG Section III), Салоники, 2002. Б. 26–30 (ағылшын тілінде)
7. Rózsa S., Tóth G. Гравитациялық және биіктік деректерін пайдалана отырып, тік гравитациялық градиенттерді болжау // Геодезияның болашағына көзқарас: Халықаралық геодезия қауымдастығының (IAG) Бас ассамблеясының еңбектері, Саппоро: Springer Berlin Heidelberg, 2005. Б. 344–349 (ағылшын тілінде)
8. Еркін ауадағы тік гравитациялық градиенттерді модельдеу және оның валидациясы / Akdoğan Y.A. [және т. б.] // Геофизика және океанография бюллетені. 2022. Т. 63. № 2. Б. 237–248 (ағылшын тілінде)
9. Тибет таулы аймағының оңтүстігінде жаңа және жоғары дәлдіктегі гравиметриялық базалық желі / Xing L. [және т. б.] // Геодезия және геодинамика. 2020. Т. 11. № 4. Б. 258–264 (ағылшын тілінде)
10. Liu S. және т. б. CG-6 салыстырмалы гравиметрінің динамикалық сипаттамаларын зерттеу // Нақтылы инженерлік өлшеулер мен аспаптар бойынша оныншы халықаралық симпозиумның еңбектері, Куньмин: SPIE, 2019. Т. 11053. Б. 482–488 (ағылшын тілінде)

REFERENCES

1. Torge V. Gravimetriya [Gravimetry]: Moskva, Mir, 1999. 428 p. (in Russian)
2. Hwang C., Hsiao Y.S. Orthometric corrections from leveling, gravity, density and elevation data: a case study in Taiwan // Journal of Geodesy. 2003. V. 77. No. 5. 279–291 pp. (in English)
3. Hofmann-Wellenhof B., Moritz H. Physical geodesy: Springer Science & Business Media. 2006, 403 p. (in English)
4. Hofmann-Wellenhof B., Moritz H. Physical geodesy: San Francisco and London, W.H. Freeman and company, 1967. 374 p. (in English)
5. Csapó G., Völgyesi L. New measurements for the determination of local vertical gradients // Reports on Geodesy. 2004. V. 69. No. 2. 303–308 pp. (in English)
6. Csapó G., Völgyesi L. Determination and reliability estimation of vertical gradients based on test measurements // Proceedings of the 3rd Meeting of the International Gravity and Geoid Commission (IAG Section III), Thessaloniki: 2002. 26–30 pp. (in English)
7. Rózsa S., Tóth G. Prediction of vertical gravity gradients using gravity and elevation data // A Window on the Future of Geodesy: Proceedings of the International Association of Geodesy IAG General Assembly, Sapporo: Springer Berlin Heidelberg, 2005. 344–349 pp. (in English)
8. Free-air vertical gravity gradient modelling and its validation / Akdoğan Y. A. [et al.] // Bulletin of Geophysics & Oceanography (BGO). 2022. V. 63. No. 2. 237–248 pp. (in English)
9. A new and high-precision gravity base network in the south of the Tibetan Plateau / Xing L. [et al.] // Geodesy and Geodynamics. 2020. V. 11. No. 4. 258–264 pp. (in English)
10. Liu S et al. Investigation on the dynamic characteristics of CG-6 relative gravimeter for the micro-gravity network // Proceedings of the Tenth International Symposium on Precision Engineering Measurements and Instrumentation, Kunming: SPIE, 2019. V. 11053. 482–488 pp. (in English)

Сведения об авторах:

Жанакулова К.А., научный сотрудник Инновационного центра геомастики, Satbayev University (г. Алматы, Казахстан), katima.zhanakulova.92@mail.ru; <https://orcid.org/0009-0001-6920-5675>

Мелс Р.Ж., докторант, Satbayev University (г. Алматы, Казахстан), Melsruslan.kz@gmail.com; <https://orcid.org/0009-0003-7381-3379>

Кемербаяев Н.Т., к.т.н., технический директор ТОО «GeoID» (г. Астана, Казахстан), nurgan.kemberbayev@gmail.com; <https://orcid.org/0009-0002-9868-8087>

Абдыкалыкова Р.С., ведущий инженер кафедры «Маркшейдерское дело и геодезия», Горно-металлургический институт им. О.А. Байконурова, Satbayev University (г. Алматы, Казахстан), r.abdykalykova@satbayev.university; <https://orcid.org/0000-0002-9588-9601>

Авторлар туралы мәліметтер:

Жанакулова К.А., Геомастика инновациялық орталығының ғылыми қызметкері, Satbayev University (Алматы қ., Қазақстан)

Мелс Р. Ж., докторант, Satbayev University (Алматы қ., Қазақстан)

Кемербаяев Н.Т., т.ғ.к., «GeoID» ЖШС техникалық директоры (Астана қ., Қазақстан)

Абдыкалыкова Р.С., Satbayev University, О.А. Байқоңыров атындағы Тау-кен металлургия институты, «Маркшейдерлік іс және геодезия» кафедрасының жетекші инженері (Алматы қ., Қазақстан)

Information about the authors:

Zhanakulova K.A., Research Fellow of the Geomatics Innovation Center, Satbayev University (Almaty, Kazakhstan)

Mels R.Zh., Ph.D student, Satbayev University (Almaty, Kazakhstan)

Kemberbayev N.T., candidate of Technical Sciences, Technical Director of GeoID LLP (Astana, Kazakhstan)

Abdykalykova R.S., lead engineer of the Department of Mine Surveying and Geodesy of the Mining and Metallurgical Institute named after O.A. Baikunurov, Satbayev University (Almaty, Kazakhstan)