Код МРНТИ 52.13.25:52.13.23

М.В. Бочаров

Общество с ограниченной ответственностью «Горно-строительная компания – Шахтпроект» (г. Москва, Россия)

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ КРЕПИ ПРОИЗВОЛЬНОГО ОЧЕРТАНИЯ И МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

Аннотация. В работе рассмотрен вариант использования нелинейной модели деформирования породного массива с совместным взаимодействием с крепью произвольного очертания. При решении данной задачи применялся численный метод конечных элементов в плоской деформации в постановке Лагранжа. При описании нелинейного поведения грунта использовалась ассоциированная теория идеального пластического течения с поверхностью текучести Друкерра-Прагера. Для скальных пород трещиноватой структуры различной ориентации применялся критерий прочности Хоека-Брауна с параметрами Ника-Бартона, в том числе на глубинах более 1500 м. При решении совместной задачи деформирования железобетонной конструкции крепи использовалась деформационная модель пластичности бетона и арматуры, основанная на гипотезе плоских сечений.

Ключевые слова: пластичность, скальные породы, трещиноватость, конечные элементы, бетон, арматура, нелинейная упругость, геологический индекс, рейтинг породы, Друкер-Прагер, Хоек-Браун.

Сызықты емес деформация кезіндегі ерікті пішінді төсемнің және тау жыныстарының массасының кернеулі-деформациялық күйі

Андатпа. Жұмыста ерікті пішінді тіреуішпен түйісу әрекеттесуі бар таужыныс массасы деформациясының сызықты емес моделін колдану нұсқасы қарастырылған. Бұл есепті шешу кезінде Лагранж тұжырымында жазық деформациядағы ақырлы элементтердің сандық әдісі қолданылды. Топырақтың сызықты емес мінез-құлқын сипаттау кезінде Друкерре-Прагер аққыштық бетімен идеал пластикалық ағынның байланысты теориясы қолданылады. Әртүрлі бағыттағы жарықшақ құрылымы бар тау жыныстары үшін Хок-Браун беріктік критерийі Ник-Бартон параметрлерімен қолданылады, соның ішінде. 1500 м-ден астам тереңдікте қаптаманың темірбетон құрылымын деформациялаудың түйіскен мәселесін шешу кезінде жазық қималар гипотезасына негізделген бетон мен арматураның пластикасының деформациялық моделі қолданылды.

Түйінді сөздер: пластикалық, тау жыныстары, жарықшақтық, ақырлы элементтер, бетон, арматура, сызықты емес серпімділік, геологиялық көрсеткіш, тау жыныстарының рейтингі, Друкер-Прагер, Хоек-Браун.

The stress-strain state of the rock construction arbitrary shape and array rocks with the nonlinear deformation

Abstract. In the subject considered the variant of using a non-linear model of deformation of a rock structure with the joint interaction with the rock construction arbitrary shape. In solving this problem was used numerical finite elements method with the plane deformation in the formulation of the Lagrange. When describing the nonlinear behaviour of soil was used the associate theory of ideal plastic flow with the surface strength of Drucker-Prager. For rocks with a fractured structure of various orientations, the Hoeck-Brown strength criterion is applied with the Nick-Barton parameters, incl. at depths greater than 1500 m. At the decision of the joint task deformation of reinforced concrete designs of construction was used deformation model of plasticity of concrete and reinforcement, based on the hypothesis of flat sections.

Key words: plasticity, rocks, fracturing, finite elements, concrete, rebar, non-linear elasticity, geological index, rock rating, Drucker-Prager, Hoek-Brown.

Введение

Исследование напряженно-деформированного состояния (НДС) грунтового массива^{1, 2} вокруг горизонтальных и вертикальных выработок является одним из ключевых факторов при проектировании крепи. Данный подход позволяет корректным образом описать поведение пластичных и/или скальных пород и их воздействие на конструктив крепи на таких объектах, как Донской ГОК, и схожих с ним месторождениях, поскольку адекватное описание поведения массива горных пород, ослабленных выработкой произвольной конфигурации, дает возможность корректно определять напряженно-деформированное состояние крепи. Сложность задачи заключается в разнообразии свойств горных пород, их неоднородности по глубине и поведении вокруг выработки. Ключевой акцент в данной работе при оценке НДС массива горных пород и крепи был сделан на нелинейном поведении грунтового массива вокруг выработки и его действия на крепь с возможностью обобщения данной расчетной методики на крепь произвольной геометрической конфигурации.

Решение данной задачи, при всем многообразии действующих факторов, можно осуществить лишь численным методом, особенно при учете нелинейного поведения грунта и реальной конфигурации крепи. Наибольшее распространение при численном решении механики деформируемого твердого тела получил метод конечных элементов (МКЭ)^{3, 4}, обладающий высокой универсальностью и позволяющий учитывать в достаточной для практических расчетов степени все многообразие протекающих процессов. Массив пород моделировался с учетом развития упругопластических деформаций, с использованием критерия Друккера-Прагера для пластичных сред и Хоека-Брауна5 для скальных пород трещиноватой структуры различной ориентации и размеров блоков ослабления. Для учета слоистости (трещиноватости) изотропных пород применялся

¹Ржевский В.В., Новик Г.Я. Основы физики горных пород. – М.: Недра, 1978. – 390 с.

²Баклашов И.В., Картозия Б.А., Шашенко А.Н., Борисов В.Н. Геомеханика: учебник для вузов. – М., 2004. – Т. 2. – 249 с.

³Макарьянц Г.М. Основы метода конечных элементов: учеб. пособие. – Самара: Изд-во Самарского университета, 2017. – 104 с. ⁴Шимановский А.О., Путято А.В. Применение метода конечных элементов в решении задач прикладной механики: учеб.-метод. пособие для студентов технических специальностей. – Гомель: БелГУТ, 2008. – 61 с.

⁵Hoek E., Bray J.W. Rock Slope Engineering. / 3rd ed. – London: Institution of Mining and Metallurgy, 1981. – 358 p.

метод асимптотического усреднения (гомогенизации) деформационных и прочностных свойств пород, что, в конечном счете, приводило к описанию трансверсально-изотропного/ортотропного породного массива. По результатам проведенных численных экспериментов установлено адекватное описание процесса взаимодействия массива горных пород и крепи.

В современной расчетной практике поведения горных выработок наибольшее распространение получил метод Колосова-Мусхелишвили, основанный на теории комплексного переменного. Метод обладает рядом преимуществ, основным из которых является относительная простота в реализации. Недостатком метода является невозможность учета поведения грунта при нелинейном деформировании, учета реальной конфигурации крепи, адекватного описания поведения конструкции крепи при взаимодействии с породным массивом на контакте при задании коэффициента «упругого» отпора, который достаточно сложен в определении его значения и последующим описании при работе в массиве.

Использование упругопластической модели грунта совместно с МКЭ и реальной конфигурацией крепи избавлено от описанных недостатков. Контактное взаимодействие грунта и крепи реализуется автоматически на базе имеющихся горно-геологических данных (модуля упругости, коэффициента Пуассона, угла внутреннего трения, величины сцепления), а главное, позволяет определить фактическое горное давление породного массива на крепь при заложенном уровне формализации.

Цель данной работы – использовать модель нелинейного деформирования грунтового массива в окрестности выработки методами упругопластического поведения на основе ассоциированного закона текучести с применением поверхности текучести Друкера-Прагера для пластичных сред и Хоека-Брауна для скальных пород трещиноватой структуры различной ориентации и размеров блоков ослабления; описать реальную конфигурацию



Рис. 1. Конфигурации крепи горизонтальных выработок. Сурет 1. Жұмыс тірегінің көлденең конфигурациялары. Figure 1. Horizontal lining configurations.



Рис. 2. Расчетная схема при определении начальных напряжений и при совместной работе массива и крепи.

Сурет 2. Бастапқы кернеулерді анықтауда және массив пен тіректің бірлескен жұмысында есептеу схемасы.

Figure 2. Calculation scheme for determining the initial stresses and for the joint operation of the array and support.

крепи произвольного очертания; учесть работу арматуры в бетоне в процессе деформирования.

На рис. 1 представлены возможные конфигурации крепи горизонтальных выработок.

Постановка задачи

При определении НДС с учетом упругопластического деформирования грунтового массива и крепи выработки решались три задачи.

На первом этапе – упругая задача с целью определения начального поля напряжений в породном массиве; на втором – задача упругопластического деформирования массива пород и крепи выработки; на третьем – задача по определению несимметричного армирования крепи выработки по результатам полученного напряженного состояния крепи. Граничные условия

задавались следующим образом: вверху расчетной области ставилась вертикальная составляющая горного давления на глубине $H(\gamma H,$ *у* – удельный вес грунта, *H* – глубина), по бокам - горизонтальная составляющая (λγΗ, λ – коэффициент бокового давления). Величина коэффициента бокового давления является важным фактором при моделировании напряженного состояния крепи, которая зачастую неизвестна. Величина коэффициента бокового давления в зависимости от глубины залегания и от деформационных и прочностных свойств породного массива также подвергается определению в процессе решения задачи.

Метод решения

При всем многообразии состава и структурного строения грунты, с точки зрения механики сплошной

среды. представляют собой сыпучие слабосвязанные среды, макроскопическое поведение которых при действии механических нагрузок с достаточной для практических приложений точностью может быть описано в рамках теории механики деформируемого твердого тела. Основными отличительными особенностямми НДС данных сред являются: ярко выраженная нелинейность при достаточно низких значениях напряжений и существенно различная способность сопротивляться сжимающим и растягивающим нагрузкам (разномодульные материалы). При решении упругопластической задачи использовался следующий функционал, минимизирующий потенциальную энергию на работе внешних и внутренних сил6:

$$\Pi = \frac{1}{2} \iint (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) h dS - - \iint Y v h dS - \int (X_x u + Y_y v) h dL,$$

где $\sigma_x \varepsilon_x$ отвечает за работу внутренних усилий, возникающих в элементе;

 $\sigma_{y} \varepsilon_{y}$ – работа внешних объемных усилий; $\tau_{xy} \gamma_{xy}$ – работа внешних поверхностных нагрузок.

При решении задачи делались следующие допущения:

 при определении начального поля напряжений начальные деформации обнулялись;

 при пластическом деформировании грунтового массива предполагалась пластическая несжимаемость;

• при пластическом деформировании материал подчинялся ассоциированному закону течения;

 предполагалась аддитивность упругой и пластической деформации;

 предполагалось совместное деформирование крепи и массива.

На основании анализа уровня нагрузок, возникающих в окружающем подземный участок грунте, а также закономерностей поведения реальных грунтов при данных нагрузках, показано, что для моделирования нелинейного НДС, взаимодействующего с подземной конструкцией грунта с достаточной для практических приложений точностью можно использовать модель упруго-идеальнопластического материала. В процессе деформирования породного массива проявляется нелинейная упругость его поведения. Ярко выраженные нелинейные зависимости уровня средних напряжений от величины объемных деформации для модуля объемной деформации и уровня касательных напряжений от величины деформаций сдвига модуля деформации сдвига, соответственно, описываются следующим образом⁷ для:

• модуля объемной деформации:

 $K(\varepsilon_{\theta}) = (E_{\theta}\sigma_{s})/[3 \times (1-2v) + E_{\theta}\varepsilon_{\theta}],$ где E_{θ} – начальный модуль сжатия;

v – коэффициент Пуассона;

 σ_s – предел текучести при сжатии;

 ε_{θ} – объемная деформация;

• модуля деформации сдвига:

$$G(\gamma_i) = (G_0 \tau_s) / (\tau_s + G_0 \gamma_i),$$

где G_{0} – начальный модуль сдвига; $\tau_{s} = \sigma_{s} / \sqrt{3}$ – предел текучести при сдвиге; γ_{s} – интенсивность деформации сдвига.

Как видно, величины модулей объемной деформации и деформации сдвига нелинейны, т. к. зависят от уровня достигнутых деформаций.

При умеренных статических нагрузках в качестве критерия перехода грунта в пластическое состояние можно использовать следующее линейное соотношение, выражающее известный закон Кулона для грунтов⁸:

$|\tau_n| = c + tg\varphi \times \sigma_n,$

где τ_n и σ_n – касательная и нормальная (сжимающая) компоненты напряжений на элементарной площадке с нормалью *n*;

с – удельное сцепление;

 φ – угол внутреннего трения грунта.

По результатам теоретических и экспериментальных исследований, условие текучести Мора-Кулона рассматривается как критерий, дающий наиболее точные результаты в случае сложного НДС реальных грунтов различных типов. Теоретические исследования по построению эффективных алгоритмов численного решения упруго-пластических задач механики деформируемого твердого тела с негладкими поверхностями текучести при практическом численном анализе задач механики грунтов приводят к аппроксимации гладкой поверхности. Впервые уравнение поверхности текучести гладкой

для анализа сложного нелинейного НДС грунтов было предложено Друккером и Прагером⁷ в виде:

$$\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{I}_1, \boldsymbol{J}_2, \boldsymbol{J}_3) = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{I}_1 + \sqrt{\boldsymbol{J}_2} - \boldsymbol{k}$$

где $I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ – первый инвариант тензора напряжений;

 $J_2 = 1/2(s_{ij}s_{ji})$ – второй инвариант девиатора тензора напряжений;

 $J_3 = 1/3 (s_{ij} s_{jk} s_{ki})$ – третий инвариант девиатора тензора напряжений;

 $\mathbf{s}_{ij} = \sigma_{ij} - (\delta_{ij} \times I_j/3) -$ компоненты девиатора тензора напряжений;

 δ_{ii} – символ Кронекера;

a'и k – некоторые положительные константы для каждой точки материала.

Или в развернутом виде:

$$\Phi(I_{1}, J_{2}, J_{3}) = \alpha \times (\sigma_{x} + \sigma_{y}) + \sqrt{(1/6 \times [(\sigma_{x} - \sigma_{y})^{2} + \sigma_{x}^{2} + \sigma_{y}^{2} + 6\tau_{xy}^{2}]} - k.$$

Для вписанного в пирамиду Мора-Кулона конуса Друкера-Прагера:

 $\alpha = \frac{\sin\varphi}{(\sqrt{3}\sqrt{3}+\sin^2\varphi)};$

 $k = (\sqrt{3} \times c \times cos\varphi)/(\sqrt{3}\sqrt{(3 + sin^2\varphi)}).$ Для описанного в пирамиду Мо-

ра-Кулона конуса Друкера-Прагера:

 $\alpha = 2 \sin \varphi / (\sqrt{3} (3 - \sin \varphi);$

 $k = (6 \times c \times \cos\varphi) / (\sqrt{3}(3 - \sin\varphi)).$

Для описания поведения скальных пород трещиноватой структуры различной ориентации и размеров блоков ослабления применяется критерий прочности Хоека-Брауна с параметрами Ника-Бартона.

Критерий прочности Хоека-Брауна для скальных пород⁹:

$$\sigma_{I} = \sigma_{3} + \sigma_{c,i} \times (m_{b} \times \sigma_{3} / \sigma_{c,i} + s)^{a},$$

где m_b , s, a – эмпирические параметры критерия прочности Хоека-Брауна, зависящие от геологической структуры породного массива.

$$m_b = m_i \times e^{(GSI - 100)/(28 - 14D)};$$

$$s = e^{(GSI - 100)/(9 - 3D)};$$

$$m = 1/2 + 1/6 \times (e^{-GSI/15} - e^{-20/3}),$$

где **GSI** = RMR : 5 – геологический индекс прочности;

RMR – рейтинг массива по геомеханической классификации;

m_i – параметр, характеризующий тип горной породы;

Характеристика породы от пластичной к хрупкой:

$4 \le m_i \le 33;$

 $m_i = 0$ – пластическая порода; $m_i = 33$ – хрупкая порода.

⁶Jianping Zuo, Jiayi Shen. The Hoek-Brown Failure criterion – From theory to application. – Springer. – 2020. – 225 p. ⁷Wai-Fah Chen. Plasticity in reinforced concrete. – J.Ross publishing. – 2007. – 474 p.

⁹Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics. – 2005. – Sixth edition. – 648 p.

⁸Bathe K.J. Finite element procedures. – 2014. – 1038 p.

Геомеханика

При расчете железобетонных элементов с использованием деформационной модели принимают:

 значения сжимающей продольной силы, а также сжимающих напряжений и деформаций укорочения бетона и арматуры – со знаком «минус»;

 значения растягивающей продольной силы, а также растягивающих напряжений и деформаций удлинения бетона и арматуры – со знаком «плюс».

При расчете нормальных сечений по прочности в общем случае используют уравнения равновесия внешних сил и внутренних усилий в нормальном сечении элемента¹⁰:

$$M_{x} = \sum_{i} \sigma_{bi} A_{bi} Z_{bxi} + \sum_{j} \sigma_{sj} A_{sj} Z_{sxj}$$
$$M_{y} = \sum_{i} \sigma_{bi} A_{bi} Z_{byi} + \sum_{j} \sigma_{sj} A_{sj} Z_{syj}$$
$$N = \sum_{i} \sigma_{bi} A_{bi} + \sum_{i} \sigma_{sj} A_{sj},$$

где M_x , M_y – изгибающие моменты от внешней нагрузки относительно выбранных и располагаемых в пределах поперечного сечения элемента координатных осей;

N- продольная сила от внешней нагрузки; $A_{bi}, Z_{bxi}, Z_{byi}, \sigma_{bi} -$ площадь, координаты центра тяжести *i*-го участка бетона и напряжение на уровне его центра тяжести;

 $A_{sj}, Z_{ssj}, Z_{syj}, \sigma_{sj}$ – площадь, координаты центра тяжести *j*-го стержня арматуры и напряжение в нем.

Для железобетонных элементов, на которые действуют изгибающие моменты двух направлений и продольная сила, деформации бетона ε_b и арматуры ε_s в нормальном сечении произвольной формы определяют решением системы уравнений:

$$\begin{pmatrix} M_x = D_{11} \times 1/r_x + D_{12} \times 1/r_y + D_{13} \times \varepsilon_{\theta}; \\ M_y = D_{12} \times 1/r_x + D_{22} \times 1/r_y + D_{23} \times \varepsilon_{\theta}; \\ N = D_{13} \times 1/r_x + D_{23} \times 1/r_y + D_{33} \times \varepsilon_{\theta}. \end{cases}$$

где *D* – показатель качества буровзрывных работ (нарушенности массива).

Жесткостные характеристики D_{ij} (*i*, *j* = 1, 2, 3) в уравнениях определяют по формулам:

$$\begin{split} D_{11} &= \sum_{i} A_{bi} Z_{bxi}^{2} E_{bi} v_{bi} + \sum_{j} A_{sj} Z_{sxj}^{2} E_{sj} v_{sj}; \\ D_{22} &= \sum_{i} A_{bi} Z_{byi}^{2} E_{bi} v_{bi} + \sum_{j} A_{sj} Z_{sxj}^{2} E_{sj} v_{sj}; \\ D_{12} &= \sum_{i} A_{bi} Z_{bxi} Z_{byi} E_{bi} v_{bi} + \sum_{j} A_{sj} Z_{sxj} E_{sj} v_{sj}; \\ D_{13} &= \sum_{i} A_{bi} Z_{bxi} E_{bi} v_{bi} + \sum_{j} A_{sj} Z_{sxj} E_{sj} v_{sj}; \\ D_{23} &= \sum_{i} A_{bi} Z_{byi} E_{bi} v_{bi} + \sum_{j} A_{sj} Z_{syj} E_{sj} v_{sj}; \\ D_{33} &= \sum_{i} A_{bi} E_{bi} v_{bi} + \sum_{j} A_{sj} E_{sj} v_{sj}. \end{split}$$

Полученные результаты

При решении поставленной задачи использовались следующие начальные данные: E = 1 ГПа, $\mu = 0,3, H = 1000$ м, $\gamma = 1,9$ т/м³, c = 5 МПа, $\varphi = 28^{\circ}$. Расчет проводился на сетке из 20000 элементов с последующей адаптацией и сгущением в зависимости от градиента напряжений и деформаций до 35000 элементов. Полученная система нелинейных уравнений решалась модифицированным методом Ньютона-Рафсона.

Полученные результаты показали, что общие перемещения, достигающие максимального значения в 240 мм, при заданных свойствах грунта корреспондируют с перемещениями для односложных конфигураций (рис. 4).

Зоны пластических деформаций представлены на рис. 4 и по своей картине качественно согласуются с нормативными результатами. Данная картина распределения зон пластического течения обусловлена автоматическим учетом при упругопластическом расчете не только коэффициента упругого отпора, перпендикулярного контуру крепи, но и касательного. На рис. 5 показаны





Figure 3. Drucker-Prager Yield Surface and Calculation Scheme of the Normal Section of a Reinforced Concrete Element.



Рис. 4. Распределение перемещений на контуре выработки и зоны возможных пластических деформаций. Сурет 4. Жұмыс контуры мен мүмкін болатын пластикалық деформациялардың аймақтары бойынша жылжулардың таралуы. Figure 4. Distribution of displacements on the working contour and zones of possible plastic deformations.

¹⁰Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals. – 2005. – Sixth edition. – 803 p.

Геомеханика

результаты определения уровня напряженного состояния в бетоне и арматуре различного типоразмера. На рис. 6 показаны результаты определения уровня перемещений скальных пород трещиноватой структуры различной ориентации и размеров блоков ослабления (применяется критерий прочности Хоека-Брауна с параметрами Ника-Бартона). Как видно, ориентация блоков ослабления даже при их идентичном размере (0,3 м) влияет на величину потенциальных перемещений, следовательно, и на нагрузки на конструктив крепи.

Выводы

По результатам проведенных исследований использована модель упругопластического поведения грунтового массива, общая картина которого совпадает с нормативными документами для простых конфигураций выработок при заданных горно-геологических условиях, использована модель реальной конструкции крепи с описанием на конечных элементах высокого порядка, что позволило подробнее описать картину поведения крепи, использована деформационная модель поведения железобетона. Все перечисленные результаты позволят более адекватно описывать поведение не только грунтового массива и определения горного давления на крепь, но и самой крепи с учетом работы железобетона, что дает возможность обобщить расчет трехмерных крепей с сопряжениями без потери общности. При этом возможна реализация также и вязкопластических течений, зависящих от временного фактора.



Рис. 5. Распределение напряжений в бетоне и арматуре. Сурет. 5. Бетон мен арматурадағы кернеудің таралуы. Figure 5. Stress distribution in concrete and reinforcement.



Рис. 6. Распределение перемещений в скальных породах с различной ориентацией блоков.

Сурет 6. Әртүрлі блоктық бағыттағы тау жыныстарындағы ығысулардың таралуы.

Figure 6. Displacement distribution in rocks with different block orientations.

Сведения об авторах:

Бочаров М.В., начальник бюро расчетов Проектного центра Общества с ограниченной ответственностью «Горно-строительная компания – Шахтпроект» (г. Москва, Россия), *BocharovMV@shaftproject.ru;* https://orcid.org/0000-0003-1241-5230

Авторлар туралы мәлімет:

Бочаров М.В., Тау-кен құрылыс компаниясы – «Шахтпроект» жауапкершілігі шектеулі серіктестігінің Жобалау орталығының есептеу бюросының басшысы (Мәскеу, Ресей)

Information about the authors:

Bocharov M.V., Chief of the Calculation Bureau at the Design Center of the «Mining and Construction Company – Shakhtproekt» Limited Liability Company (Moscow, Russia)